Stabilité des écoulements de canal à densité variable

B. Radisson[a], B. Di Pierro[b],
M. Buffat[c], A. Cadiou [d], L. Le Penven[e]

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, Université Claude Bernard Lyon 1
a. *basile.radisson@univ-lyon1.fr* b. *bastien.di-pierro@univ-lyon1.fr*
c. *marc.buffat@univ-lyon1.fr* d. *anne.cadiou@ec-lyon.fr*
e. *lionel.le-penven@ec-lyon.fr*

Mots clefs : densité variable, écoulement de canal, instabilité hydrodynamique

Résumé :

La stabilité des écoulements en canal plan stratifiés (ou en plusieurs couches) est un sujet à part entière qui a déjà monopolisé d'abondantes études numériques, théoriques et expérimentales. Cet intérêt soutenu se justifie par les retombées applicatives de ces écoulements et les enjeux industriels qu'ils représentent. On pense à l'industrie pétrolière et gazeuse où les fluides sont acheminés au travers de gazoducs et où l'on peut observer des variations de densité ou encore dans les écoulements en cheminées dans lesquelles plusieurs espèces sont advectées. On peut citer également certains processus chimiques pour lesquels le mélange de deux fluides est réalisé à l'intérieur d'injecteurs. Les circuits de refroidissement liquide de composants électroniques sont eux aussi le siège de fortes variations de température (et donc de masse volumique) dans des enceintes très confinées. D'un point de vue fondamental, la compréhension des mécanismes instables causés par le couplage fort entre pression et masse volumique (comme la génération de vorticité barocline) ou encore par la modification des effets visqueux reste un problème ouvert et permettra de quantifier le mélange dans de telles configurations.

Une grande partie de la littérature s'est intéressée à l'étude de deux fluides non miscibles où les effets de tension de surface sont prépondérants. Les travaux précurseurs sont ceux de Yih [2] et Hickox [3] qui ont montré grâce à une étude en ondes longues, que ces écoulements sont instables pour de faibles nombres de Reynolds, ceci étant dû aux effets d'interfaces. Une classification complète des instabilités rencontrées dans les écoulements diphasiques en écoulement de Poiseuille a été faite par Boomkamp [1].

En ce qui concerne les écoulements de fluides miscibles, on trouve dans la littérature de nombreuses études qui abordent les écoulements stratifiés à viscosité variable mais *à densité constante* dans des écoulements de canal. Ranganathan et Govindarajan [5] ont montré que l'on pouvait stabiliser ou, au contraire, déstabiliser l'écoulement en modifiant la position de la couche de mélange entre les deux fluides. Plus tard, Govindarajan [4] a montré que l'instabilité se renforçait en diminuant le nombre de Reynolds alors qu'augmenter le nombre de Schmidt avait un effet déstabilisant. Ce dernier effet a été démontré par Ern *et al.* [6] dans le cas d'un écoulement fortement stratifié pour lequel l'instabilité est pilotée par la diffusivité moléculaire. Finalement, Sahu *et al.* [7] ont mis en évidence la dynamique complexe qui résulte de ces écoulements en fonction du rapport de viscosité dynamique des deux fluides considérés.

Cependant, les travaux portant sur les écoulements à densité variable se font plus rares. On trouve principalement l'étude de Ravier *et al.* [8] qui a trait à la stabilité de jets libres incompressibles à densité variable. Ils ont montré que le mode sinueux est dominant lorsque le jet est plus lourd que l'écoulement ambiant, alors que l'instabilité variqueuse devenait prépondérante en abaissant le rapport de densité et que ce dernier mode est responsable d'une transition convective absolue.
Dans cette étude, on s'intéresse à la stabilité des écoulements de deux fluides miscibles en canal plan. En d'autres termes, on considère des *variations continues de la masse volumique* avec une viscosité dynamique constante sous l'hypothèse d'incompressibilité. On se place également dans la configuration où les effets de gravité sont négligés. Deux types d'écoulements de base $U_0(y)$ sont envisagés : un écoulement de Poiseuille et le cas de deux couches limites de Blasius attachées sur chacune des parois latérales du canal. On considère également deux profils de base pour la masse volumique $\rho_0(y)$: le cas de deux couches de fluides ρ_1 et ρ_2 superposées selon la hauteur du canal ainsi que le cas d'une couche de fluide de densité ρ_2 intercalée entre deux couches de fluide de densité ρ_1, avec une épaisseur de couche de mélange d et y_d correspondant à la position de cette couche. On définit alors l'ensemble des paramètres de contrôle :

$$R_e = \mu\frac{UH}{\rho_1}, \quad S_c = \frac{\mu}{\kappa\rho_1}, \quad s = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \delta = \frac{d}{H}, \quad \lambda = \frac{y_d}{H},$$

avec H la mi-hauteur du canal, U l'échelle de vitesse caractéristique et κ la diffusivité moléculaire.
Dans un premier temps, les modes de la stabilité linéaire sont résolus par une méthode de descripteur [9] permettant d'éliminer la pression en inversant l'opérateur $\nabla \cdot (\rho^{-1}\nabla.)$. En effet, malgré l'hypothèse d'incompressibilité, la pression n'est pas harmonique pour ces écoulements ce qui en fait leur singularité (en rapport aux écoulements homogènes). D'où la décomposition des perturbations en modes de Fourier $f(y)exp(i(kx - \omega t))$ avec k le nombre d'onde axial et ω la pulsation complexe à déterminer.
Pour tous les cas étudiés, on remarque que contrairement au cas de la viscosité variable traité par [4], augmenter le nombre de Reynolds ($100 < R_e < 10000$) a un effet déstabilisant alors que le nombre de Schmidt n'a que très peu d'effet sur la stabilité de l'écoulement. Cependant, diminuer l'épaisseur de la zone de mélange a un fort effet déstabilisant.
Dans le cas de deux couches superposées avec un profil de Poiseuille, on observe que l'instabilité n'apparaît que si l'on a $\lambda < 0$ (resp. $\lambda > 0$) pour $s > 1$ (resp. $s < 1$). Et si la discontinuité est en plus placée au centre du canal, aucune instabilité n'est observée (de même que pour $s = 1,\ \forall(\lambda, \delta)$). Il semble donc qu'une condition nécessaire de déstabilisation soit un alignement du gradient de vitesse avec le gradient de masse volumique (figure 1). Effectivement, en utilisant un profil de vitesse de Blasius, l'instabilité n'apparaît que lorsque la zone de mélange se trouve dans la couche limite visqueuse. Le gradient de masse volumique seul ne suffit donc pas à déstabiliser de telles configurations. Cependant, l'écoulement se restabilise lorsque la zone de mélange se rapproche des parois ($|\lambda| \to 1$) ; phénomène lié aux effets de confinement. La position de cette zone joue donc un rôle central dans la détermination du caractère stable ou instable de ces écoulements, comme l'ont remarqué Ranganathan et Govindarajan [5] dans le cas de la viscosité variable. En revanche dès lors qu'on considère un nombre de Reynolds infini (équation d'Euler pour les perturbations), l'instabilité a la particularité intéressante de se développer quelle que soit la position de la zone de mélange. On en conclut que la restabilisation de l'écoulement est d'origine purement visqueuse lorsque le gradient de vitesse et le gradient de densité pointent en sens contraire.
Si l'on se place dans la configuration d'une couche de gaz emprisonnée entre deux couches de même densité, on observe que la couche intermédiaire doit être plus lourde que les couches adjacentes ($s > 1$)

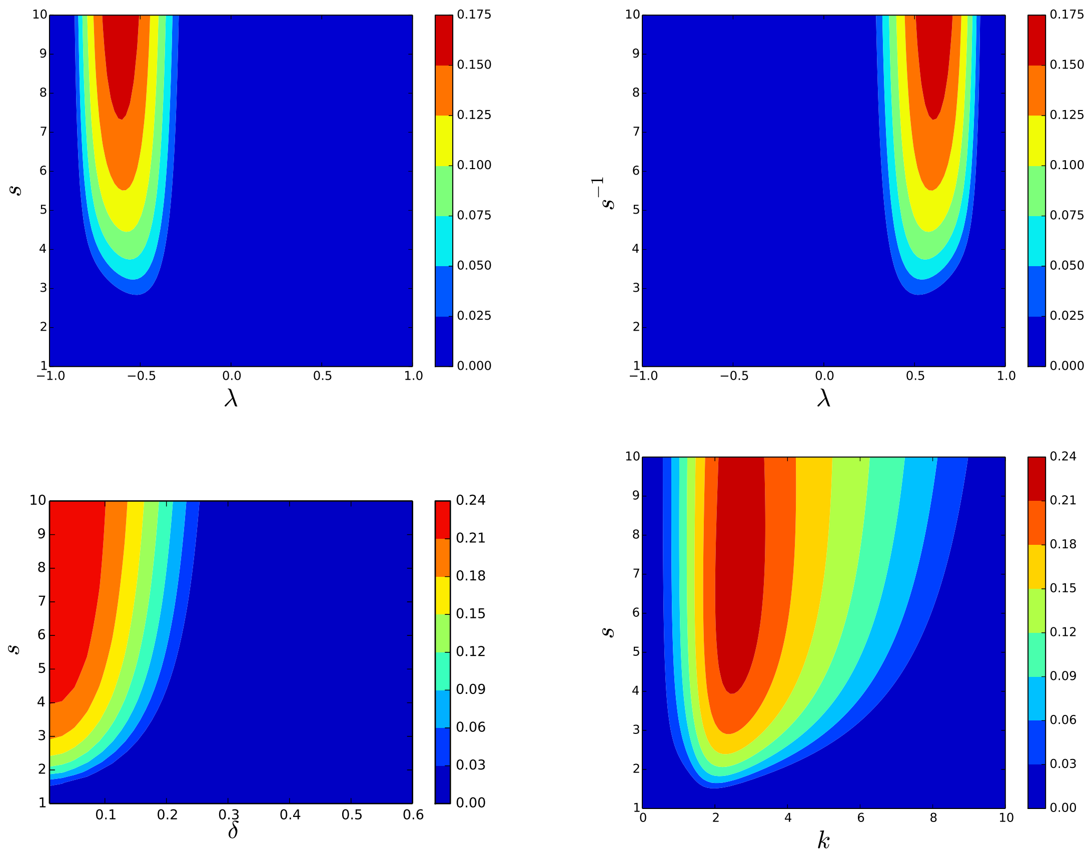

FIGURE 1 – Cartographie du taux de croissance à $R_e = 1000$, (haut gauche) dans le plan (s, λ) pour $k = 3.5$ et $\delta = 0.01$ avec $s > 1$, (haut droit) pour $s < 1$, (bas gauche) dans le plan (s, δ) pour $\lambda = -0.7$ et $k = 2.4$, (bas droit) dans le plan (s, k) pour $\lambda = -0.7$ et $\delta = 0.01$

pour déclencher une instabilité qui se trouve intensifiée en augmentant la largeur de cette couche centrale.

Ceci est entièrement cohérent avec les constatations précédentes. L'analyse des taux de croissance montre qu'il existe un mode k^* qui rend le taux de croissance maximal et que ce mode préférentiel est très peu dépendant du nombre de Reynolds ou du rapport de densité s. En effet, augmenter le nombre de Reynolds rend l'écoulement instable sur une plus grande plage de nombres d'ondes mais la position du taux de croissance maximal n'en est pas affecté. D'autre part, le taux de croissance atteint une saturation lorsque s augmente (des valeurs jusqu'à $s = 20$ ont été cherchées). Finalement, comme observé par Ravier *et al.* [8], le mode sinueux est toujours le plus instable parmi les cas étudiés.
En dernier lieu, on fait appel à la méthode proposée par Buffat *et al.* [10] étendue au cas de la densité variable pour l'étude de cette dynamique instable qui est, par conséquent, réalisée par simulations numériques directes tridimensionnelles. La divergence nulle du champ de vitesse est assurée par une décomposition orthogonale de la vitesse dans un espace à divergence nulle et la pression est calculée par intégration du second membre de l'équation de quantité de mouvement. Pour finir, la prise en compte du couplage pression/densité est assurée par une correction du second membre de l'équation de vitesse. Ces simulations ont permis d'étudier la structuration tridimensionnelle de l'écoulement.

Références

[1] P. A. M. Boomkamp and R. H. M. Miesen, *Classification of instabilities in parallel two-phase flow*. Int. J. Multiphase Flow, 22, 67, 1996.

[2] C. S. Yih, *Instability due to viscous stratification*. J. Fluid Mech., 27, 337, 1967.

[3] C. E. Hickox, *Instability due to viscosity and density stratification in axisymmetric pipe flow*. Phys. Fluids, 14, 251, 1971.

[4] R. Govindarajan, *Effect of miscibility on the linear instability of two-fluid channel flow*. Int. J. Multiphase Flow 30, 1177, 2004.

[5] B. T. Ranganathan and R. Govindarajan, *Stabilization and destabilization of channel flow by location of viscosity-stratified fluid layer*. Phys. Fluids, 13, 1, 2001.

[6] P. Ern, F. Charru, and P. Luchini, *Stability analysis of a shear flow with strongly stratified viscosity*. J. Fluid Mech., 496, 295, 2003.

[7] K. C. Sahu, H. Ding, P. Valluri, and O. K. Matar, *Linear stability analysis and numerical simulation of miscible two-layer channel flow*. Phys. Fluids, 21, 042104, 2009.

[8] S. Ravier, M. Abid, M. Amielh and F. Anselmet, *Direct numerical simulations of variable-density plane jets*. J. Fluid Mech., 546, pp 153-191, 2006.

[9] M. Lisa Manning, B. Bamieh and J. M. Carlson *Descriptor approach for eliminating spurious eigenvalues in hydrodynamic equations*. arXiv :0705.1542v2 [physics.comp-ph], 2008.

[10] M. Buffat, L. Le Penven and A. Cadiou, *An efficient spectral method based on an orthogonal decomposition of the velocity for transition analysis in wall bounded flow*. Comp. & Fluids, 42, 1, 62-72, 2011.